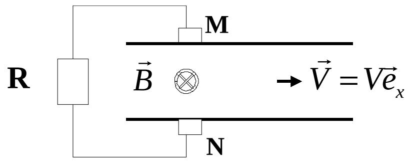
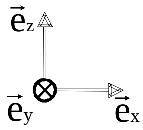
# -EXERCICE 28.2-

## • ENONCE :

« Translation d'un ruban dans un champ magnétique »

On considère un ruban métallique en translation dans un champ magnétique uniforme entre deux contacts glissants M et N, le circuit se refermant au travers d'une résistance totale R :




A l'instant initial, le ruban, de masse m et de largeur MN = L, a une vitesse nulle; il est alors soumis à une force constante : $\vec{F} = F\vec{e}_x$ (F>0).

Déterminer la loi de vitesse V(t), en négligeant les frottements au niveau de M et N.

## • CORRIGE :

« Translation d'un ruban dans un champ magnétique »

• C'est un cas où il y a mouvement de charges (les électrons libres du ruban conducteur entraînés par le ruban lui-même) : il y a apparition d'une f.e.m d'induction, et courant induit puisque le circuit est fermé. En revanche, si l'on considère que le mouvement des électrons entre M et N se fait seulement selon $\vec{e}_z$ , alors la surface du circuit électrique reste constante, ainsi que le flux car le champ magnétique est uniforme ⇒ pas de f.e.m induite !

En fait, les électrons de conduction entre M et N sont soumis à des forces (celles qu'ils transmettent au réseau cristallin) qui courbent leur trajectoire : en permanence, des lignes de courant se font puis se défont (les lignes qui finissent par trop se « courber ») entre les 2 contacts glissants ⇒ la surface du circuit varie effectivement au cours du temps, mais de manière très mal définie, ce qui nous empêche de calculer la f.e.m par la variation du flux.

C'est le phénomène de « **commutation** » des lignes de courant au niveau des contacts.

• Nous avons donc, en choisissant un sens de parcours **horaire** (tel que le flux soit >0) :

$$e=\int_M^N(V\vec{e}_x\wedge B\vec{e}_y)\cdot(dx\vec{e}_x+dz\vec{e}_z)=\int_M^N VB\vec{e}_z\cdot(dx\vec{e}_x+dz\vec{e}_z)=VB\int_M^N dz=-VBL\Rightarrow i=\frac{-VBL}{R}$$

On peut alors calculer la force de Laplace s'exerçant sur le ruban :

$$\vec{F}_{Lap}=\int_M^N id\vec{l}\wedge\vec{B}=\int_M^N\frac{-VBL}{R}(dx\vec{e}_x+dz\vec{e}_z)\wedge B\vec{e}_y=-\frac{VB^2L}{R}[(x_N-x_M)\vec{e}_z+(-L)(-\vec{e}_x)]=-\frac{VB^2L^2}{R}\vec{e}_x$$

Remarquons au passage les multiples possibilités de se tromper dans les signes ; c'est donc l'occasion d'appliquer la loi de Lenz : l'effet du courant induit (la force de Laplace) est de s'opposer à la cause qui lui a donné naissance (le déplacement du ruban), donc pour une vitesse V positive, il faut bien une force négative.

• Puisqu'il n'y a pas de frottements, le P.F.D projeté sur $\vec{e}_x$ donne :

$$m\frac{dV}{dt}=-F-\frac{VB^2L^2}{R}\quad\text{ou:}\quad\frac{dV}{dt}+\frac{B^2L^2}{mR}V=\frac{F}{m}\Rightarrow\boxed{V(t)=V_\infty[1-\exp(-\frac{t}{\tau})]}\quad\text{avec :}\quad\boxed{\begin{aligned}\tau&=\frac{mR}{B^2L^2}\\V_\infty&=\frac{RF}{B^2L^2}\end{aligned}}$$

**Rq :** la force de Laplace, proportionnelle à la vitesse, est donc de type « frottement fluide » et l'on obtient une vitesse limite au bout de quelques constantes de temps .